LISTA DE POSIBLES PREGUNTAS DE TEORÍA DEL 2º PARCIAL DE ÁLGEBRA LINEAL

Tema 3 (Continuación): Diagonalización

- Demostrar que dada $f:V \rightarrow W$ una aplicación lineal, se verifica que $\dim Ker(f) + \dim Im(f) = dim V$.
- Definición de autovalor, autovector, polinomio característico, espectro y subespacio propio de una matriz A cuadrada.
- Demostrar que autovectores asociados a autovalores distintos son linealmente independientes.
- Definición de matriz diagonalizable y saber la caracterización de matriz diagonalizable.
- Definición de autovalor, autovector y subespacio propio de un endomorfismo.
- Demostrar que el polinomio característico de la matriz de un endomorfismo no depende de la base elegida.
- Definición de polinomio característico y de diagonalización de un endomorfismo.
- Saber caracterización de endomorfismo diagonalizable.
- Saber que la traza y el determinante de una matriz son invariantes al cambio de base.

Tema 4: Espacios Euclídeos

- Definición de producto escalar. Definición de matriz de Gram.
- Definición de norma (o módulo) y demostración propiedades de la norma.
- Definición de ángulo que forman dos vectores.
- Definición de distancia entre dos vectores.
- Definición de conjunto ortogonal y ortonormal.
- Sea V un e.v. euclídeo y A un conjunto ortogonal de vectores de V con $\overline{0} \notin A$. Demostrar que A es l.i.
- Sea (V,< >) un e.e., B = { $\overline{e}_1,\ldots, \overline{e}_n$ } una base ortonormal de V y $\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i \overline{e}_i$. Demostrar que $x_i = \langle \overline{x}, \overline{e}_i \rangle$.
- Definición de subespacios ortogonales y de $S^{\perp}$ (complemento ortogonal de S).
- Demostrar que dado un s.v. S el conjunto $S^{\perp}$ es un subespacio vectorial.
- Sea V un e.e. y sea S un s.v. de V. Saber que $V = S \oplus S^{\perp}$.
- Proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio S.
- Definición de distancia de un vector $\overline{x}$ a un subespacio S. Demostrar que $d\left(\overline{x}, S\right) = d\left(\overline{x}, p_S^{\perp}\left(\overline{x}\right)\right)$.
- Definición de Matriz y Endomorfismo ortogonalmente diagonalizable.
- Saber caracterización de matriz y endomorfismo ortogonalmente diagonalizable.
- Definición y propiedad endomorfismo simétrico.
- Propiedades del endomorfismo proyección ortogonal sobre un subespacio S.
- Definición de aplicación ortogonal. Demostrar propiedades de f aplicación ortogonal ($f:V \rightarrow W$ es aplic. Ortogonal $\Rightarrow$ f es aplic. lineal, f conserva norma, ángulos y distancia, f es inyectiva, f conserva la ortogonalidad).
- Saber teorema de caracterización de aplicación lineal ortogonal entre espacios euclídeos de la misma dimensión.
- Demostrar que los autovalores reales de un endomorfismo ortogonal solo pueden ser 1 ó -1.
- Definición y propiedades matriz ortogonal.

LISTA DE OBJETIVOS PRÁCTICOS MÍNIMOS DE ESTOS TEMAS

Tema 3 (Continuación): Aplicaciones Lineales

- Construir una aplicación lineal dadas las imágenes (transformados) de los vectores de una base (Construcción de homomorfismos con ciertas condiciones dadas).
- Construir las ecuaciones y la matriz de una aplicación lineal respecto de dos bases dadas.
- Calcular matrices de cambios de base.
- Calcular matriz de la composición y de la combinación lineal de aplicaciones lineales respecto de bases dadas.
- Calcular matriz de la aplicación lineal inversa de un isomorfismo respecto de bases dadas.
- Calcular autovalores, autovectores y subespacios propios de una matriz o un endomorfismo.
- Decidir si una matriz o un endomorfismo es diagonalizable, y en caso afirmativo, saber diagonalizarlo.
- Calcular potencias de matrices diagonalizables.

Tema 4: Espacios Euclídeos

- Saber cuándo una aplicación o matriz define un producto escalar, y en caso afirmativo, obtener su matriz de Gram respecto de una base dada.
- Dada la matriz de Gram respecto de una base saber obtener la matriz de Gram respecto de otra base.
- Obtener ángulos y distancias con un producto escalar dado.
- Obtener bases ortonormales de espacios o subespacios vectoriales, con un producto escalar determinado.
- Saber que la matriz de Gram de un producto escalar respecto de una base ortonormal es la identidad.
- Obtener una base ortonormal respecto de la cual la matriz de Gram del producto escalar dado será la identidad.
- Obtener el subespacio ortogonal a uno dado, es decir, obtener el complemento ortogonal.
- Calcular proyecciones ortogonales sobre subespacios. Saber aplicar propiedades de las proyecciones ortogonales.
- Saber descomponer un vector como suma de un vector de S y otro de $S^{\perp}$. En general, saber descomponer un vector como suma de vectores de subespacios.
- Saber cuándo un endomorfismo es ortogonalmente diagonalizable, y en caso de serlo, saberlo diagonalizar ortogonalmente.
- Saber aplicar en problemas las propiedades de los autovectores de endomorfismos ortogonalmente diagonalizables.
- Reconocer las aplicaciones ortogonales y saber clasificarlas.
- Construir ecuaciones de simetrías, giros, proyecciones ortogonales y composiciones de éstas.